

Statystyka medyczna

Część 3

Testowanie hipotez statystycznych

Czy palenie i rozwój nowotworu są ze sobą powiązane?

Czy picie soku żurawinowego zapobiega infekcjom układu moczowego?

Czy rozkład zachorowań na daną chorobę jest taki sam wśród mężczyzn i kobiet?

- Zawsze są dwie rywalizujące ze sobą hipotezy – jedną nazywamy **hipotezą zerową** (H_0), a drugą nazywamy **hipotezą alternatywną** (H_1)
- Po wykonaniu testu hipotez mamy zawsze jeden z dwóch wniosków:

1) Odrzucamy hipotezę zerową H_0 (i przyjmujemy hipotezę alternatywną H_1)

Z matematycznego punktu widzenia, po przeprowadzeniu testu, jedynie uprawnione wnioski to albo H_0 możemy odrzucić albo nie możemy jej odrzucić. Jednak testy wykonuje się po to, aby po ich przeprowadzeniu podjąć odpowiednie decyzje. I po odrzuceniu hipotezy zerowej, zwłaszcza w kilku testach przeprowadzonych w niezależnych ośrodkach (i po uwzględnieniu innych czynników), podejmowana jest decyzja zgodna z hipotezą alternatywną.

2) Nie możemy odrzucić hipotezy zerowej H_0

Przykłady

H0 : średnie poziomy glikemii na czczo między grupami są identyczne

H1 : średnie poziomy glikemii na czczo między grupami są różne

H0 : średnia masa ciała dzieci w obu grupach jest taka sama

H1 : średnia masa ciała dzieci w grupie kontrolnej jest mniejsza niż w eksperymentalnej

H0 : palenie papierosów i występowanie zmian w badaniu RTG klp nie są od siebie zależne

H1 : palenie papierosów i występowanie zmian w badaniu RTG klp są od siebie zależne



Jedna z tych dwóch hipotez jest prawdziwa. Zawsze zakładamy, że H0 jest prawdziwa, chyba że obliczenia wykażą, że H0 trzeba odrzucić.

Schemat testowania hipotez statystycznych

Krok 1. Formułujemy 2 hipotezy:

H_0 – zwana **hipotezą zerową**

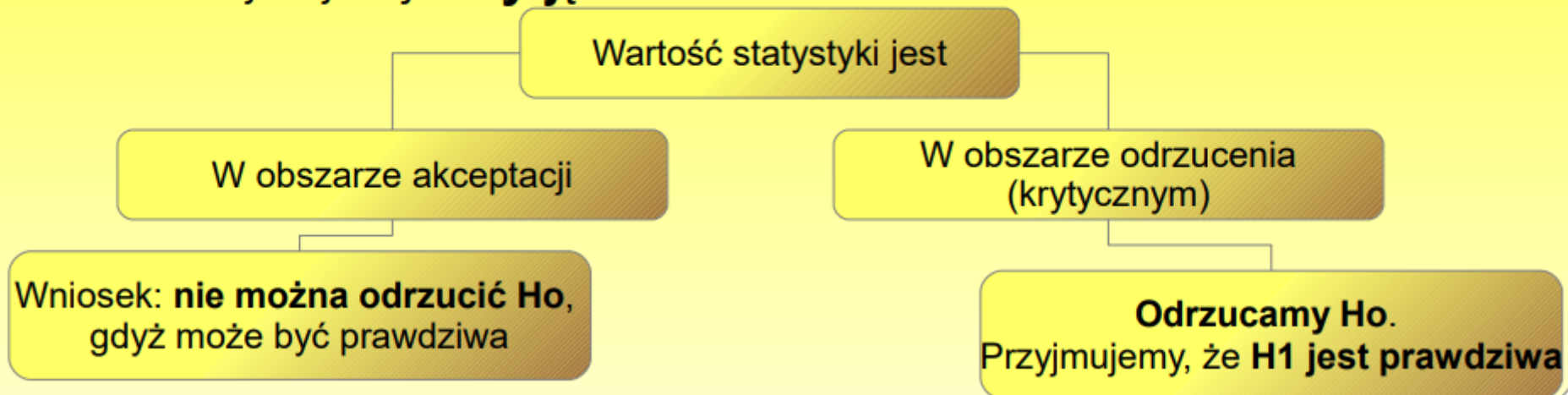
H_1 – zwana **hipotezą alternatywną** –przypadek przeciwny

Krok 2. Przyjmujemy **poziom istotności α** : 0.05 (lub 0.02, 0.01, etc.)

Krok 3. Wybieramy **statystykę testową**

Krok 4. Liczymy **obszar krytyczny testu**

Krok 5. Podejmujemy **decyzję**



Schemat testowania hipotez statystycznych

Jeżeli mamy p-value to

Krok 1. Formułujemy 2 hipotezy:

H_0 – zwana **hipotezą zerową**

H_1 – zwana **hipotezą alternatywną** –przypadek przeciwny

Krok 2. Przyjmujemy **poziom istotności α** : 0.05 (lub 0.02, 0.01, etc.)

Krok 3. Wybieramy **statystykę testową, obliczamy test**

Krok 4. Podejmujemy **decyzję**

Jeśli p-value jest

Większe niż
poziom istotności α

Wniosek: **nie można odrzucić H_0** ,
gdyż może być prawdziwa

Mniejsze niż
poziom istotności α

Odrzucamy H_0 .
Przyjmujemy, że **H_1 jest prawdziwa**

Test normalności danych

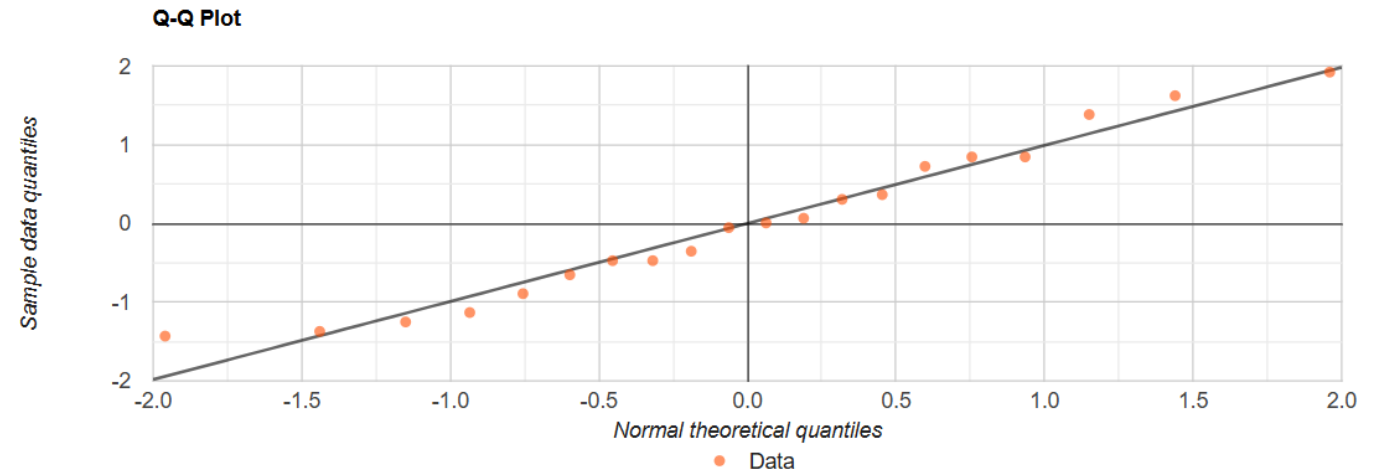
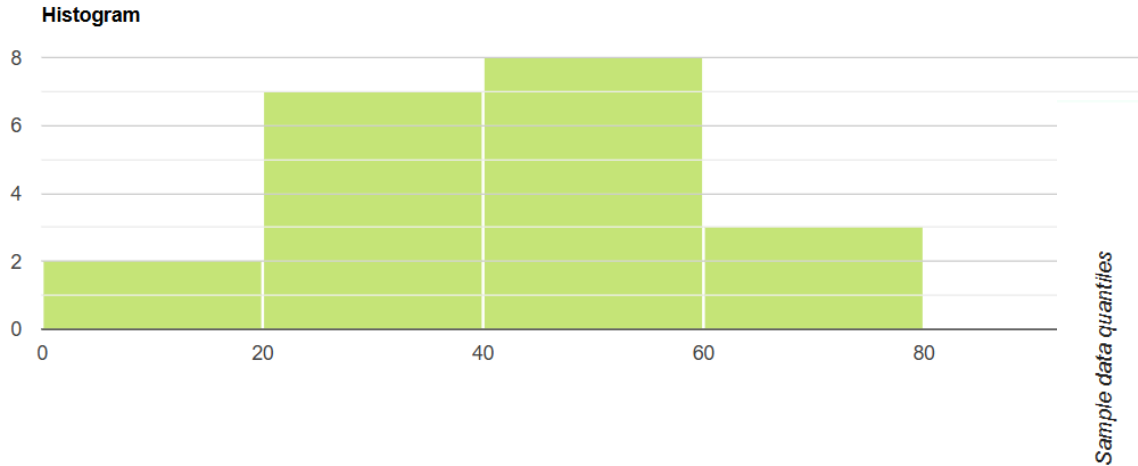
H0: Dane pochodzą z rozkładu normalnego

H1: Nie można uznać, że dane pochodzą z rozkładu normalnego

- Test Kołmogorowa - Smirnowa
- **Test Shapiro – Wilka** – najbardziej polecany
- Test Chi-kwadrat Pearsona

H0 odrzucamy, gdy p-value jest mniejsza niż deklarowany przez nas poziom istotności, a nie mamy podstaw do odrzucenia, gdy jest większa

Test normalności danych – histogram i wykres Q-Q



Wykres kwantyl-quantyl (Q-Q) - jeżeli rozkład jest normalny, wówczas punkty powinny leżeć na linii prostej, w przeciwnym razie punkty odchylają się od prostej. Na wykresie tym mogą ujawnić się również punkty odstające. Wykres ten pozwala więc ocenić odstępstwa rozkładu empirycznego od rozkładu normalnego, dlatego nazywany jest testem "na rzut oka", sprawdzającym normalność rozkładu analizowanej zmiennej. Im bardziej bowiem wszystkie punkty układają się na prostej, tym bardziej mamy prawo sądzić, że dany rozkład jest normalny.

Test dla średniej

- Liczba n elementów próby jest duża, tj. $n > 30$ – można opuścić założenie rozkładu cechy X w populacji
- Liczba elementów próby jest mała, tj. $n \leq 30$ – konieczne jest założenie o normalności rozkładu cechy X w populacji

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

TEST DWUSTRONNY

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu > \mu_0$$

TEST PRAWOSTRONNY

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu < \mu_0$$

TEST LEWOSTRONNY

Testy dla dwóch średnich (istotności różnic)

- W badaniach medycznych najczęściej spotykanym problemem statystycznym jest porównanie dwóch populacji pod względem jednej cechy lub dwóch cech.
- W medycynie i biologii bardzo często przeprowadza się badania porównujące wartości dwóch lub kilku średnich.
- Testy te weryfikują hipotezę zerową o równości średnich w dwóch grupach.

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$
$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

TEST DWUSTRONNY

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$
$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

TEST PRAWOSTRONNY

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$
$$H_1: \mu_1 < \mu_2$$

TEST LEWOSTRONNY

Testy istotności różnic dzieli się na dwa podzbiory:

- testy dla grup niezależnych (czyli dla zmiennych niepowiązanych)
Testy te porównują średnie badanej zmiennej dla dwóch grup o równych lub różnych liczebnościach (zwykle są to grupy kontrolna i eksperymentalna).
- testy dla grup zależnych (czyli dla zmiennych powiązanych)
Testy te stosuje się dla porównania średnich danej zmiennej w tej samej grupie, ale badanej dwukrotnie w czasie (np. czas trwania snu przed podaniem leku i po jego zastosowaniu).

W zależności od rozpatrywanego problemu należy więc wybrać odpowiedni test.

- Przypuśćmy, że podajemy dwa leki nasenne dwóm różnym grupom (18 osobom tworzącym grupę A i 24 w grupie B).
- Szukamy odpowiedzi na pytanie, który z tych leków jest skuteczniejszy. Do rozwiązania takich problemów wykorzystujemy testy dla różnic między średnimi z dwóch prób dla zmiennych niepowiązanych; najczęściej są to **testy t-Studenta dla zmiennych niepowiązanych**. Można je też wykorzystać do oceny określonej różnicy między grupą pacjentów zażywających badany lek a grupą pacjentów otrzymujących placebo; rozpatrujemy wówczas dwie grupy: kontrolną i eksperymentalną.
- Przypuśćmy teraz, że w pewnej grupie osób badamy ciśnienie tętnicze przed podaniem leku i po. Pytamy, czy lek ten powoduje istotny spadek ciśnienia. Tym razem mamy dwie serie pomiarów dotyczących tej samej próby (tzn. w tej samej grupie, przed podaniem leku i po) i chcemy zweryfikować hipotezę o średniej wielkości różnic między uzyskanymi wynikami. Pierwsza seria danych to wyniki pomiaru badanej cechy (ciśnienia) w jednym punkcie czasowym (przed zażyciem leku), druga - wyniki pomiaru tej samej cechy u tych samych osób w drugim punkcie czasowym (po zażyciu leku). Do problemów tego typu stosujemy **testy t-Studenta dla zmiennych powiązanych**.

Testy t-Studenta

1. Zasada randomizacji

- dobór losowy próby (**pierwsza zasada randomizacji**)
- badania oceniające skuteczność nowego leku lub zabiegu leczniczego powinny być przeprowadzane w co najmniej dwóch równoważnych grupach osób w celu sprawdzenia nowego leku w porównaniu ze stosowanym dotychczas (lub z placebo). Decyzja o tym, który lek otrzyma dana osoba, ma być podjęta w sposób losowy (**druga zasada randomizacji**)

2. Założenie o normalności rozkładu zmiennej

3. Założenie jednorodności wariancji

Do sprawdzenia tego założenia służy test F , test Levene'a lub test Bartletta. W przypadku gdy testy te nie wykazały jednorodności wariancji, należy się posłużyć testem Cohrana i Coxa.