KODOWANIE CYKLICZNE [HAMMINGA (7,4)]

I) Mamy zakodować wiadomość $X_K = 1001$ jeśli $G(x) = x^3 + x + 1$

$X_K = 1001 \iff x^3 + 1$ $\qquad G(x) = x^3 + x + 1 \iff 1011$

$k = 4$ $\quad r = 3$ (stopień najwyższy potęgi $G(x)$) $\quad n = 7$

II) Budujemy macierz generującą $G(x) = x^3 + x + 1 \sim 1011$

$$G(x) = \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1&0&1&1&0&0&0 \\ 0&1&0&1&1&0&0 \\ 0&0&1&0&1&1&0 \\ 0&0&0&1&0&1&1 \end{array}\right] \qquad G'(x) = \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1&0&0&0&1&0&1 \\ 0&1&0&0&1&1&1 \\ 0&0&1&0&1&1&0 \\ 0&0&0&1&0&1&1 \end{array}\right] \qquad H'(x) = \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1&1&1&0&1&0&0 \\ 0&1&1&1&0&1&0 \\ 1&1&0&1&0&0&1 \end{array}\right]$$

↑ macierz kanoniczna rzędu k

III) KODOWANIE

1) $X_K \cdot X^r$

2) $X_K \cdot X^r / G(x)$

3) $X_n = X_K \| X_r$

ad.1) $X_K \cdot X^r$ $\qquad X_K = 1001 \sim x^3 + 1$ $\qquad X^r = X^3$ $\qquad [G(x) = x^{3} + x + 1]$ $\quad \leftarrow r \; [r=3]$

$X_K \cdot X^r = (x^3+1) \cdot x^3 = x^6 + x^3$

ad.2) $X_K \cdot X^r / G(x)$

$$\begin{array}{r|l} \cancel{x^6} + \cancel{x^3} & x^3 + x + 1 \\ \hline \cancel{x^6} + x^4 + \cancel{x^3} & x^3 + x \\ \hline \cancel{x^4} & \\ \cancel{x^4} + x^2 + x & \\ \hline x^2 + x & \end{array}$$

$R(x)$

$R(x) = X_K X^r / G(x) = x^2 + x \iff 110$

ad.3) $X_n = X_K \| X_r = \underbrace{1001}_{X_K}\,\underbrace{110}_{X_r}$

IV DEKODOWANIE

• BEZ BŁĘDU

$y_n = 1001110 \sim x^6 + x^3 + x^2 + x$

$y_n / G(x)$

$$\begin{array}{r|l} \cancel{x^6} + \cancel{x^3} + x^2 + x & x^3 + x + 1 \\ \cancel{x^6} + x^4 + \cancel{x^3} & x^3 + x \\ \hline x^4 + x^2 + x & \\ x^4 + x^2 + x & \\ \hline = \quad = \quad = & \end{array}$$

$R(x) = 0 \Rightarrow$ brak błędu

• Z BŁĘDEM (na 3. bicie)

$y_n = 1011110 \sim x^6 + x^4 + x^3 + x^2 + x$

$y_n / G(x)$

$$\begin{array}{r|l} \cancel{x^6} + \cancel{x^4} + \cancel{x^3} + x^2 + x & x^3 + x + 1 \\ \cancel{x^6} + \cancel{x^4} + \cancel{x^3} & x^3 \\ \hline x^2 + x & \end{array}$$

$R(x) = x^2 + x \sim 110$ → patrzymy na macierz $H'(x)$ i szukamy kolumny 110

$E_n = 0010000$

$$\begin{array}{r} 0010000 \\ \text{KOREKTA } (y_n + E_n) = \quad 1011110 \\ \hline 1001110 \end{array}$$